

## Some properties of closed images of metric spaces

著者	Tanaka Yoshio
内容記述	Thesis--University of Tsukuba, D.Sc.(B), no. 84, 1982. 1. 31
発行年	1982
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/5950">http://hdl.handle.net/2241/5950</a>

氏 名 (本 籍)	田 中 祥 雄 (兵庫県)
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	博 乙 第 84 号
学 位 授 与 年 月 日	昭和57年 1 月 31 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 5 条第 2 項該当
審 査 研 究 科	数学研究科
学 位 論 文 題 目	Some properties of closed images of metric spaces (距離空間の開写像による像のいくつかの性質)
主 査	筑波大学教授 理学博士 児 玉 之 宏
副 査	筑波大学教授 理学博士 勝 田 雄 吉
副 査	筑波大学教授 理学博士 中 川 良 祐
副 査	筑波大学教授 理学博士 内 山 三 郎

## 論 文 の 要 旨

本論文は、距離空間の開連続像いわゆるラスネフ空間を中心として、ある種の良好な条件をもつ空間の開連続像として表わされる空間の種々の有効な性質を満たすことを、特に  $k$  空間との関連において論じている。論文は 3 章からなり、それぞれの章の主定理はつぎのようなものである。(1)  $f$  を距離空間  $X$  から位相空間  $Y$  への開連続写像とすると、 $Y$  の各点  $y$  について  $\partial f^{-1}(y) (= f^{-1}(y) \text{ の } Y \text{ での境界})$  がリンデレフ空間となるための必要かつ十分な条件は、 $Y$  が点可算  $k$  ネットワークをもつことである。(2)  $X$  をフレッシュ空間または各点が  $G_0$  集合となる  $k$  空間とし、 $Y$  を点可算型の正規空間の  $Z$  の開連続像とする。このとき、 $X$  は強い意味でのフレッシュ空間であるかあるいは  $Y$  の各点  $y$  について  $\partial f^{-1}(y)$  が局所可算コンパクトとなる。この系としてつぎの結果が得られている。 $X$  がラスネフ空間または  $CW$  複体であり、 $Y$  が距離空間  $Z$  の開連続像であって、 $\partial f^{-1}(y)$  が局所コンパクトでないかあるいは  $c$  コンパクト ( $c$  は連続濃度) でないような点  $y_0$  を坐む空間とする。このとき、積空間  $X \times Y$  が  $k$  空間となる必要かつ十分な条件は、 $X$  が局所コンパクト距離空間となることである。(3) 連続体仮説の下に、 $X$  と  $Y$  をラスネフ空間とすると、積空間  $X \times Y$  が  $k$  空間となる必要かつ十分な条件は、つぎの条件の 1 つが成立することである。(i)  $X$ 、 $Y$  の双方が距離空間。(ii)  $X$  と  $Y$  のいずれかが局所コンパクト距離空間。(iii) 局所コンパクト閉集合からなる  $X$  の可算被覆  $\{X_i\}$  が存在して、 $X$  は  $\{X_i\}$  に関して弱位相を持つ。連続体仮説の仮定は、 $X$  と  $Y$  が距離空間の  $s$ -開連続像となる場合は除くことが出来る。

## 審 査 の 要 旨

一般に位相空間上の連続写像が像空間に与える性質は、コンパクト性とか連続性で極めて少ししか知られない。然し閉連続像を考慮する場合、領域空間の多くの性質が像空間に伝達される。この意味で、距離空間の閉連続像であるラスネフ空間については、位相空間論や次元論においてその構造の研究が強力に進められて来ている。著者の最初の結果は、点可算  $k$  ネットワークをもつという強い条件が閉連続写像に附加された比較的弱い条件で判定出来るという意味で興味深い。積空間  $X \times Y$  が  $k$  空間となるために  $X$  と  $Y$  が満たすべき条件を見出すことは、古くから注目されている問題の 1 つであるが、完全には解決されていない。著者は、第 2 の主定理において  $X$  がフレッシュ空間で  $Y$  が第 1 可算空間の場合、第 3 の主定理においては  $X$  と  $Y$  が共にラスネフ空間の場合に、積空間  $X \times Y$  が  $k$  空間となる必要かつ十分な条件を与えている。著者の研究はラスネフ空間の内部構造の研究に先駆的な役割を果たすものであり高く評価される。また証明においても極めて有効な方法をあみ出しており興味深い。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。